

Pendugaan Imbal Hasil Saham BCA dengan Model *Autoregressive Moving Average*

Grifin Ryandi Egeten^{1*}, Berlian Setiawaty², Retno Budiarti³

^{1,2,3} Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Institut Pertanian Bogor,
Jalan Meranti, Kampus IPB Dramaga 16680, Jawa Barat, Indonesia

* Penulis Korespondensi. Email: grifin_egeten@apps.ipb.ac.id

ABSTRAK

Seorang investor pada umumnya berharap untuk membeli suatu saham dengan harga yang rendah dan menjual saham tersebut dengan harga yang lebih tinggi untuk memperoleh imbal hasil yang tinggi. Namun, kapan waktu yang tepat melakukannya menjadi tantangan tersendiri bagi para investor. Oleh sebab itu, dibutuhkan suatu model yang mampu menduga imbal hasil saham dengan baik, salah satunya adalah model *autoregressive moving average* (ARMA). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menerapkan model *autoregressive* (AR), model *moving average* (MA), atau model *autoregressive moving average* (ARMA) pada data observasi untuk menduga imbal hasil saham *bank central asia* (BCA). Terdapat empat prosedur dalam membangun sebuah model AR, MA atau ARMA. Pertama, data yang digunakan harus *weakly stationary*. Kedua, orde dari model harus diidentifikasi untuk memperoleh model yang terbaik. Ketiga, parameter setiap model harus ditentukan. Keempat, kelayakan model harus diperiksa dengan melakukan analisis residual untuk memperoleh model yang terbaik. Pada akhirnya, model ARMA (1,1) adalah model terbaik dan akurat dalam menduga imbal hasil saham BCA.

Kata Kunci:

Imbal hasil; *Autoregressive* (AR); *Moving Average* (MA); *Autoregressive Moving Average* (ARMA); Pendugaan

ABSTRACT

Generally, investor always wish to be able to buy a stock at a low price and sell it at a higher price to obtain high returns. However, when is the best time to buy or sell it is a challenge for investor. Therefore, proper models are needed to predict a stock return, one of them is *autoregressive moving average* (ARMA) model. The first purpose of this paper is to apply the *autoregressive* (AR), *moving average* (MA) or ARMA models to the observations to predict stock returns of *bank central asia* (BCA). There are four procedures which is used to build an AR, MA, or ARMA model. First, the observations must be *weakly stationary*. Second, the order of the models must be identified to obtain the best model. Third, the unknown parameters of the models are estimated by maximum likelihood. Fourth, through residual analysis, diagnostic checks are performed to determine the adequacy of the model. In this paper, stock returns of BCA are used as data observation. Finally, the ARMA (1,1) model is the best model and appropriate to predict the stock returns of BCA in the future.

Keywords:

Stock Return; *Autoregressive* (AR); *Moving Average* (MA); *Autoregressive Moving Average* (ARMA); Prediction

Format Sitasi:

G. R. Egeten, B. Setiyawaty, and R. Budiarti. "Pendugaan Imbal Hasil Saham dengan Model Autoregressive Moving Average," *Jambura J. Math.*, vol. 3, no. 2, pp.140-154, 2021.

1. Pendahuluan

Imbal hasil saham merupakan salah satu topik penting dalam dunia ekonomi. Evaluasi terhadap suatu aset dapat dilakukan dengan menggunakan imbal hasil saham tersebut, yang secara konvensional didefinisikan sebagai fungsi logaritma natural terhadap perubahan harga [1]. Namun, apakah imbal hasil saham di masa depan dapat diduga menjadi pertanyaan yang krusial dikemukakan oleh Ding, *et.al* [2]. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa imbal hasil saham dapat diduga menggunakan variabel yang relevan seperti dividen [3]-[5]. Di sisi lain, Hu, *et.al* [6] menyatakan bahwa serangkaian imbal hasil saham dapat mencerminkan volatilitas pasar saham lebih baik dibandingkan dengan serangkaian harga saham, sehingga pendugaan dan pemodelan imbal hasil saham memiliki nilai penelitian yang lebih penting dibandingkan pendugaan harga saham.

Pendugaan imbal hasil saham penting untuk para pengelola portofolio mengambil keputusan dalam mengalokasikan modal, merespon resiko perdagangan dan efisiensi pasar saham. Imbal hasil saham dapat dipandang sebagai bagian dari suatu deret waktu (*time series*). Data imbal hasil yang ada dengan periode waktu tertentu, dapat dimanfaatkan untuk membangun suatu model yang digunakan untuk menduga imbal hasil saham di waktu yang akan datang. Salah satu model yang terkenal dan sering digunakan adalah model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) [7].

Menurut Emenogu, *et.al* [8] mengatakan bahwa model ARMA adalah model yang populer dan sangat baik untuk pemodelan dan pendugaan deret waktu. Model ini sudah diterapkan di hampir semua bidang usaha seperti teknik, geofisika, bisnis, ekonomi, keuangan, pertanian, ilmu kedokteran, ilmu sosial, meteorologi dan pengendalian kualitas seperti pada penelitian yang terdapat pada [9]-[13].

Model ARMA merupakan gabungan antara model *Autoregressive* (AR) dan model *Moving Average* (MA). Proses ARMA dapat digunakan untuk memodelkan suatu deret waktu yang stasioner selama orde dari AR dan MA ditentukan dengan tepat. Hal ini menunjukkan bahwa sebuah rangkaian imbal hasil dapat dimodelkan dengan kombinasi imbal hasil pada masa lampau dan/atau galat pada masa lampau. Menurut Box dan Jenkins [14] dalam proses memodelkan deret waktu membutuhkan minimal empat tahap. Tahap pertama adalah imbal hasil harus stasioner dalam rata-rata dan varian. Tahap kedua adalah penentuan orde yang sesuai untuk AR, MA atau ARMA menggunakan fungsi *autocorrelations* dan *partial autocorrelations*. Tahap ketiga adalah menduga nilai parameter setiap model. Setelah nilai setiap parameter diketahui, maka tahap keempat adalah diagnostic checking. Tahap ini digunakan untuk menentukan apakah residual dari model yang dipilih merupakan proses *white noise* atau tidak. Jika proses *diagnostic checking* menunjukkan residual model merupakan proses *white noise* yang diasumsikan menyebar normal maka model tersebut dapat digunakan untuk menduga imbal hasil saham.

Langkah-langkah tersebut dikenal sebagai metode Box-Jenkins yang digunakan sebagai alat peramalan nilai ekonomi. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Latha, *et.al* [15] terletak pada langkah pertama metode

Box-Jenkins. Berdasarkan metode tersebut, data observasi haruslah stasioner dalam rata-rata dan *variance*. Tahap pertama pada penelitian terdahulu hanya menguji kestasioneran data dalam rata-rata saja, sementara pada makalah ini dilakukan pengujian kestasioneran data dalam rata-rata dan *variance* yang merupakan tahapan pertama metode Box-Jenkins.

Pada penelitian ini diharapkan model AR, MA, atau ARMA salah satunya mampu menduga imbal hasil saham dengan baik. Tujuan penelitian ini adalah menduga imbal hasil saham *bank central asia* (BCA) dengan menerapkan model AR, MA atau ARMA berdasarkan metode Box-Jenkins. Penelitian ini menggunakan bantuan *software* komputasi *open-source* R dengan beberapa *package* seperti *tseries*, *forecast*, *TSA* dan *nortsTest*.

2. Metode

Pada penelitian ini, data yang akan digunakan adalah harga saham *bank central asia* (BCA) sebanyak 747 data harian selama kurang lebih tiga tahun periode waktu yaitu 2017-2020 terhitung sejak tanggal 03 Januari 2017 sampai dengan 03 Februari 2020. Penelitian ini diawali dengan memeriksa kestasioneran data dalam rata-rata maupun *variance*, apabila data sudah stasioner maka orde yang tepat untuk model sudah dapat ditentukan dengan melihat nilai atau grafik *autocorrelation function* (ACF) dan *partial autocorrelation function* (PACF) imbal hasil saham. Sampai tahap ini mungkin akan ditemukan beberapa model yang nantinya akan dipilih satu model yang terbaik. Untuk memilih model terbaik di antara calon model terbaik, maka pada tahap selanjutnya perlu ditentukan nilai parameter dan *Akaike's Information Criterion* (AIC) setiap model. Setelah model terbaik sudah dipilih, maka selanjutnya akan diperiksa kelayakan model (model diagnostic checking). Setelah itu, model tersebut dapat digunakan untuk pendugaan ataupun peramalan dan akan diuji keakuratannya menggunakan *mean absolute percentage error* (MAPE). Langkah terakhir ialah penarikan kesimpulan berdasarkan hasil yang didapatkan.

2.1. Stasioneritas

Menurut Shumway dan Stoffer [16], proses $\{Y_t\}$ dikatakan *covariance - stationary* atau *weakly stationary* apabila memenuhi pernyataan berikut:

1. $E(Y_t) = \mu$, untuk semua $t \in \mathbb{Z}$
2. $E[(Y_t - \mu)(Y_{t-j} - \mu)] = \gamma_{(t-t+j)} = \gamma_j$, untuk setiap $t \in \mathbb{Z}$ dan sebarang $j = 0, 1, 2, \dots$

2.2. Operator Lag

Misalkan proses $\{Y_t\}$ diberikan, maka operator *lag* atau *backshift operator* yang dilambangkan dengan L didefinisikan sebagai $cL^k Y_t = cY_{t-k}$, dengan $k \in \mathbb{Z}$ dan c konstanta [16].

2.3. Autocorrelation Function

Autocorrelation coefficient pada lag k suatu deret waktu adalah

$$\rho_j = \frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t+j})}{\text{Var}(Y_t)}, \quad \text{untuk } j = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Pendugaan Imbal Hasil Saham BCA dengan Model *Autoregressive Moving Average*

Kumpulan nilai dari $\rho_j, j = 0, 1, 2, \dots$ disebut sebagai *autocorrelation function* (ACF). Penduga ACF adalah sampel ACF yang dilambangkan r_j adalah sebagai berikut

$$r_j = \hat{\rho}_j = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-j} (Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t+j} - \bar{Y}_t)}{c_0}, \quad \text{untuk } j = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

dengan $c_0 = \hat{\gamma}_0 = \sigma^2$, T adalah banyaknya data dan \bar{Y}_t adalah rata-rata Y_t [17].

2.4. Proses *White Noise*

Hal mendasar untuk semua proses pada penelitian ini adalah proses $\{\varepsilon_t\}$ di mana $t \in \mathbb{Z}$ yang memiliki rataan nol dan *variance* σ^2 , yaitu

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t) &= 0, & \forall t \in \mathbb{Z} \\ E(\varepsilon_t^2) &= \sigma^2, & \forall t \in \mathbb{Z}, \quad \text{dan} \\ E(\varepsilon_t \varepsilon_\tau) &= 0, t \neq \tau, & \forall t, \tau \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Proses $\{\varepsilon_t\}$ dikenal sebagai proses *white noise* atau disebut juga sebagai proses *white noise Gaussian* apabila $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ [16].

2.5. Proses *Moving Average*

Proses $\{Y_t\}$ disebut proses *moving average* orde q yang dilambangkan $MA(q)$ jika

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (3)$$

dengan μ dan $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ adalah bilangan *real* (konstanta).

Barisan $\{\varepsilon_t\}$ diasumsikan proses *white noise* sehingga nilai harapan proses $MA(q)$ adalah konstanta yang tidak bergantung pada waktu, *variance* adalah sebagai berikut

$$\gamma_0 = E[(Y_t - \mu)^2] = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma^2, \quad (4)$$

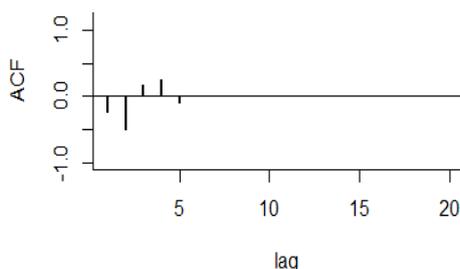
dan *autocovariance* untuk proses $MA(q)$ adalah

$$\gamma_j = \begin{cases} (\theta_j + \theta_{j+1}\theta_1 + \theta_{j+2}\theta_2 + \dots + \theta_q\theta_{q-j})\sigma^2, & \text{untuk } j = 1, 2, \dots, q, \\ 0 & \text{untuk } j > q. \end{cases} \quad (5)$$

Autocorrelation function (ACF) untuk proses $MA(q)$ diperoleh dengan menggunakan persamaan (4) dan (5) sebagai berikut

$$\rho_j = \begin{cases} \frac{(\theta_j + \theta_{j+1}\theta_1 + \theta_{j+2}\theta_2 + \dots + \theta_q\theta_{q-j})}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)}, & \text{untuk } j = 1, 2, \dots, q, \\ 0 & \text{untuk } j > q. \end{cases} \quad (6)$$

Akibatnya *autocorrelation function* (ACF) proses $MA(q)$ *cuts off* setelah lag q . Gambar 1 merupakan contoh plot ACF untuk model $MA(q)$ dengan $q = 5$.



Gambar 1. *Autocorrelation functions* proses MA (5)

Perhatikan proses $MA(q)$ pada persamaan (3), untuk $q \rightarrow \infty$ diperoleh

$$Y_t = \mu + \psi_0 \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \tag{7}$$

$\{Y_t\}$ yang memenuhi persamaan (7) merupakan proses *moving average* dengan orde tak hingga yang dilambangkan $MA(\infty)$ dengan $\psi_0 = 1$ dan ψ_j untuk $j = 1, 2, \dots$ adalah koefisien dari proses $MA(\infty)$.

Nilai harapan, *variance* dan *autocovariance* dari proses $MA(\infty)$ dapat diperoleh dengan cara yang serupa seperti proses $MA(q)$ dengan asumsi bahwa barisan $\{\varepsilon_t\}$ adalah proses *white noise* sehingga $E[\varepsilon_t] = 0$, $E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2$ dan $E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}] = 0$ untuk $k \neq 0$ dan akan diperoleh nilai harapan dan *autocovariance* dari proses $MA(\infty)$ tidak bergantung pada waktu (t) seperti proses $MA(q)$, hal ini menunjukkan bahwa pada kedua proses tersebut, $\{Y_t\}$ adalah proses yang *covariance-stationary* [16].

2.6. Proses Autoregressive

Proses $\{Y_t\}$ disebut proses *autoregressive* ordo p yang dilambangkan $AR(p)$ jika

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t, \tag{8}$$

dengan c dan $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ adalah konstanta bilangan *real*. Persamaan (8) dapat ditulis dalam bentuk operator *lag* sebagai berikut

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) Y_t = c + \varepsilon_t. \tag{9}$$

Misalkan bagian polinomial operator *lag* $\psi(L) = (1 + \phi_1 L + \phi_2 L^2 + \dots + \phi_p L^p)$, sehingga diperoleh bentuk lain dari Y_t sebagai berikut

$$\begin{aligned} Y_t &= \psi(L)^{-1} c + \psi(L)^{-1} \varepsilon_t \\ &= \frac{c}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p} + \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j}. \end{aligned} \tag{10}$$

Nilai harapan proses Y_t pada persamaan (10) adalah sebagai berikut

$$E[Y_t] = \frac{c}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p} = \mu, \tag{11}$$

dengan demikian proses $AR(p)$ dapat ditulis dalam bentuk

$$Y_t - \mu = \phi_1 (Y_{t-1} - \mu) + \phi_2 (Y_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_p (Y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t. \tag{12}$$

Variance diperoleh dengan menghitung nilai harapan dari $(Y_t - \mu)$ yang kedua sisinya sudah dikalikan dengan $(Y_t - \mu)$, sehingga diperoleh

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma^2. \tag{13}$$

Autocovariance diperoleh dengan menghitung nilai harapan dari $(Y_t - \mu)$ yang kedua sisinya sudah dikalikan dengan $(Y_{t-j} - \mu)$ sehingga diperoleh

$$\gamma_j = \phi_1 \gamma_{j-1} + \phi_2 \gamma_{j-2} + \dots + \phi_p \gamma_{j-p}, \quad \text{untuk } j = 1, 2, 3, \dots \tag{14}$$

Oleh karena nilai harapan dan *autocovariance* tidak bergantung pada waktu, maka pada proses $AR(p)$, $\{Y_t\}$ adalah proses *covariance-stationary*.

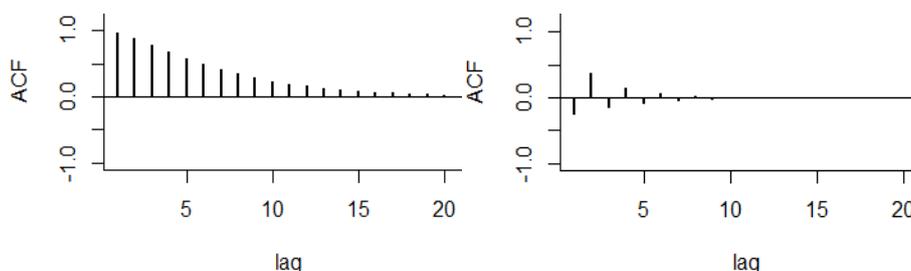
Autocorrelation function (ACF) proses $AR(p)$ diperoleh dengan membagi persamaan (14) dengan γ_0 , sehingga diperoleh

$$\rho_j = \phi_1\rho_{j-1} + \phi_2\rho_{j-2} + \dots + \phi_p\rho_{j-p}, \quad \text{untuk } j = 1,2,3, \dots \quad (15)$$

ACF proses $AR(p)$ merupakan persamaan beda, sehingga untuk $p > 1$ dibutuhkan akar-akar $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_p)$ untuk memperoleh solusi umum dengan catatan akar-akar *real* dan berbeda adalah sebagai berikut

$$\rho_j = g_1\lambda_1^j + g_2\lambda_2^j + \dots + g_p\lambda_p^j, \quad \text{untuk } j = 1,2,3, \dots \quad (16)$$

di mana g_1, g_2, \dots, g_p yang diperoleh dari ρ_0 dan ρ_1 . Pola ACF pada proses $AR(p)$ adalah *exponential decay* untuk akar-akar yang *real* dan berbeda seperti pada Gambar 2 untuk $p = 2$.

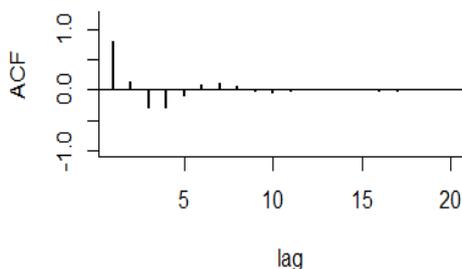


Gambar 2. *Autocorrelation functions* proses $AR(2)$ akar *real* dan berbeda

Kemudian solusi umum untuk akar-akar yang *complex* dalam bentuk $a \pm ib$ adalah sebagai berikut

$$\rho_j = R^j[g_1 \cos(\alpha j) + g_2 \sin(\alpha j)], \quad \text{untuk } j = 1,2,3, \dots \quad (17)$$

dengan $R = |\lambda_i| = \sqrt{a^2 + b^2}$ untuk $i = 1,2,3, \dots, p$ dan α diperoleh dari $\cos(\alpha) = \frac{a}{R}$ atau $\sin(\alpha) = \frac{b}{R}$, kemudian g_1 dan g_2 adalah konstanta tertentu. Sehingga pola ACF untuk akar-akar yang *complex* adalah seperti pada Gambar 3 dengan $p = 2$ [16].



Gambar 3. *Autocorrelation function* proses $AR(2)$ akar *complex*

2.7. Partial Autocorrelation Function

Partial autocorrelation function (PACF) dipandang sebagai korelasi antara dua peubah yang dilambangkan dengan ϕ_{kk} untuk $k = 1,2,3, \dots$. Penduga untuk PACF adalah sampel PACF ($\hat{\phi}_{kk}$) dapat ditentukan menggunakan persamaan Yule Walker berikut

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \phi_{k3} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} \quad (18)$$

secara ringkas bentuk matriks di atas dapat ditulis sebagai

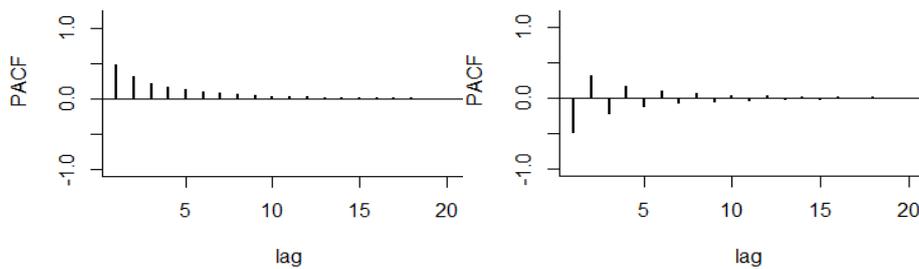
$$\rho_{k \times 1} = P_{k \times k} \phi_{k \times 1} \tag{19}$$

Jika matriks P memiliki invers maka $\phi_{k \times 1} = P_{k \times k}^{-1} \rho_{k \times 1}$, dengan menggunakan metode Cramer diperoleh solusi untuk $k = 1, 2, 3$ secara berurutan adalah

$$\phi_{11} = \rho_1, \quad \phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}, \quad \text{dan} \quad \phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \tag{20}$$

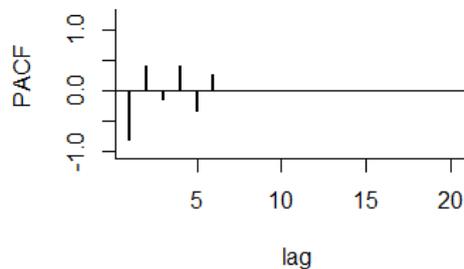
Koefisien terakhir dari matriks ϕ yaitu ϕ_{kk} ($\forall k = 1, 2, 3, \dots$) disebut sebagai PACF.

PACF untuk proses $MA(q)$ dapat ditentukan dengan mensubstitusikan ACF proses $MA(q)$ pada persamaan (6) ke solusi persamaan Yule Walker, sehingga membentuk pola *exponential decay* dan atau *damped sinusoid* seperti pada Gambar 4 untuk $q = 1$.



Gambar 4. Partial autocorrelation functions proses $MA(1)$

PACF untuk proses $AR(p)$ juga ditentukan dengan cara yang serupa yaitu mensubstitusikan ACF proses $AR(p)$ pada persamaan (15) ke solusi persamaan Yule Walker dengan asumsi akar-akar *real* dan berbeda satu dengan yang lainnya, sehingga membentuk pola *cuts off* setelah lag p seperti pada Gambar 5 untuk $p = 6$ [18].



Gambar 5. Partial autocorrelation functions proses $AR(6)$

2.8. Proses Autoregressive Moving Average

Proses *autoregressive moving average* terdiri dari gabungan bentuk *autoregressive* ordo p dan *moving average* ordo q yang dinotasikan dengan $ARMA(p, q)$. Proses $\{Y_t\}$ disebut proses $ARMA(p, q)$ jika

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{21}$$

dengan c, ϕ_i dan θ_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) konstanta *real*. Bentuk operator *lag* adalah

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) Y_t &= c + (1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q) \varepsilon_t \\ \phi(L) Y_t &= c + \theta(L) \varepsilon_t. \end{aligned} \tag{22}$$

Kedua sisi dikalikan dengan $\phi(L)^{-1}$ sehingga diperoleh

$$Y_t = \phi(L)^{-1}c + \psi(L)\varepsilon_t, \tag{23}$$

dengan $\psi(L) = \frac{\theta(L)}{\phi(L)} = \frac{(1+\theta_1L+\theta_2L^2+\dots+\theta_qL^q)}{(1-\phi_1L-\phi_2L^2-\dots-\phi_pL^p)}$. Hal ini membuat nilai harapan untuk proses $ARMA(p, q)$ sama seperti nilai harapan proses $AR(p)$. *Autocovariance* dan ACF proses $ARMA(p, q)$ untuk $j > q$ sama dengan proses $AR(p)$, sehingga pola ACF yang terbentuk adalah *exponential decay* dan atau *damped sinusoid* tergantung akar-akar dari persamaan bedanya. Nilai ACF model $ARMA(p, q)$ disubstitusikan ke solusi persamaan Yule Walker pada persamaan (20) untuk memperoleh nilai PACF $ARMA(p, q)$. Pola PACF model $ARMA(p, q)$ adalah *exponential decay* untuk akar-akar yang *real* dan berbeda kemudian *damped sinusoid* untuk akar-akar yang *complex* [16].

Oleh karena nilai harapan dan *autocovariance* tidak bergantung pada waktu, maka pada proses $ARMA(p, q)$, $\{Y_t\}$ adalah proses *covariance-stationary*. Perilaku ACF dan PACF setiap model dirangkum pada Tabel 1 [17].

Tabel 1. Perilaku ACF dan PACF proses yang *covariance-stationary*

Model	ACF	PACF
$MA(q)$	<i>Cuts off</i> setelah lag q	<i>Exponential decay</i> dan/atau <i>damped sinusoid</i>
$AR(p)$	<i>Exponential decay</i> dan/atau <i>damped sinusoid</i>	<i>Cuts off</i> setelah lag p
$ARMA(p, q)$	<i>Exponential decay</i> dan/atau <i>damped sinusoid</i>	<i>Exponential decay</i> dan/atau <i>damped sinusoid</i>

2.9. Estimasi Parameter

Prinsip utama yang digunakan untuk mencari setiap nilai parameter tersebut adalah *maximum likelihood estimation* [16]. Misalkan Θ adalah kumpulan parameter model dan fungsi *log likelihood*

$$L(\theta) = f_{Y_T, Y_{T-1}, \dots, Y_1}(y_T, y_{T-1}, \dots, y_1; \theta) = \log f_{Y_1}(y_1; \theta) + \sum_{t=2}^T \log f_{Y_t|Y_{t-1}}(y_t|y_{t-1}; \theta), \tag{24}$$

dengan $\theta \in \Theta$. Kemudian akan dicari $\hat{\theta} \in \Theta$, sehingga $\hat{\theta} \in \text{argmax } L(\theta)$.

2.10. Peramalan

Salah satu prinsip dari peramalan adalah peramalan yang menggunakan nilai harapan bersyarat. Mengacu pada data observasi, ingin diramal nilai dari Y_{T+l} dengan syarat atau berdasarkan $I_T = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_T\}$. Notasi untuk peramalan ini adalah $\hat{Y}_T(l)$, dengan $\hat{Y}_T(l) = E[Y_{T+l} | I_T]$ adalah periode waktu ke depan di mana $l = 1, 2, 3, \dots$. Perhitungan peramalan $\hat{Y}_T(l)$ dapat ditentukan secara rekursif dengan menentukan peramalan satu waktu ke depan $\hat{Y}_T(1)$ terlebih dahulu, kemudian dua waktu ke depan $\hat{Y}_T(2)$ dan seterusnya sampai l waktu kedepan $\hat{Y}_T(l)$. Bentuk umum peramalan $\hat{Y}_T(l)$ untuk model $ARMA(p, q)$ adalah sebagai berikut

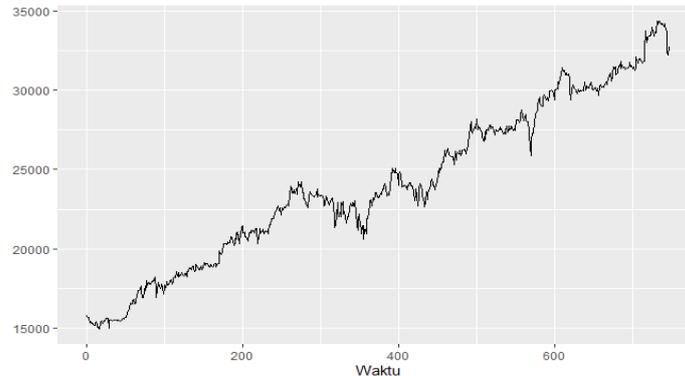
$$\hat{Y}_T(l) = \hat{c} + \hat{\phi}_1\hat{Y}_T(l-1) + \dots + \hat{\phi}_lY_T + \dots + \hat{\phi}_pY_{T+l-p} + \hat{\theta}_l\tilde{\varepsilon}_T + \dots + \hat{\theta}_q\varepsilon_{T+l-q}. \tag{25}$$

dengan $\tilde{\varepsilon}_T$ adalah residual terakhir. Tujuan utama dari peramalan setelah semua nilai parameter diketahui adalah untuk menduga suatu nilai di waktu yang akan datang dengan *error* sekecil mungkin. *Error* diperoleh dengan nilai aktual dikurang dengan

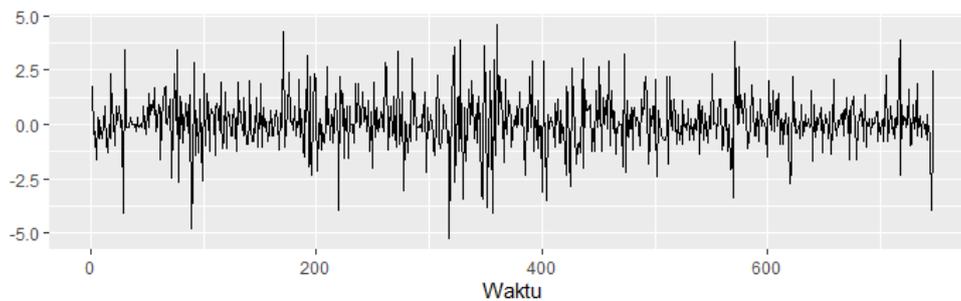
nilai ramalan. Oleh sebab itu peramalan optimal adalah peramalan yang meminimumkan *error* atau yang dikenal sebagai *minimum mean squared error forecast* [19].

3. Aplikasi Model ARMA pada Saham BCA

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah harga saham BCA sebanyak 747 data yang diunduh dari investing.com. Misalkan data imbal hasil BCA adalah Y_t dan data harga saham BCA adalah P_t , maka imbal hasil BCA diperoleh dengan rumus $Y_t = 100[\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})]$ di mana $t = 1, 2, 3, \dots, 747$. Grafik harga dan imbal hasil saham BCA adalah seperti pada Gambar 6 dan Gambar 7.



Gambar 6. Grafik harga saham BCA



Gambar 7. Grafik imbal hasil saham BCA

Selanjutnya akan dibahas metode Box-Jenkins mulai dari tahap pertama sampai pada tahap aplikasi yaitu peramalan.

3.1. Menguji Kestasioneran Data

Tahap awal dalam membangun model $ARMA(p, q)$ adalah menguji kestasioneran data dengan uji *Augmented Dickey-Fuller (ADF)* dan *lagrange multiplier test* kedua uji tersebut dapat dilakukan dengan bantuan *software R*. Uji ADF dilakukan pada Y_t dengan hipotesis H_0 adalah data tidak stasioner dalam rata-rata. H_0 ditolak apabila nilai *p-value* kurang dari taraf nyata 0,05. Nilai *p-value* dari Y_t diperoleh sebesar 0,01 artinya Y_t stasioner dalam rata-rata.

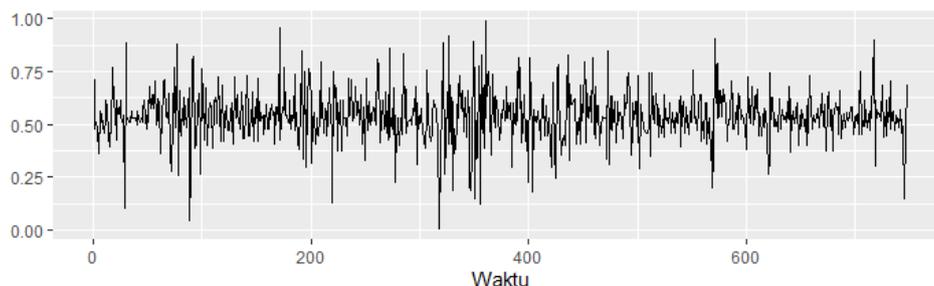
Uji stasioner dalam *variance* dilakukan dengan *lagrange multiplier test* dengan hipotesis H_0 adalah data stasioner dalam *variance*. H_0 diterima apabila nilai *p-value* lebih besar dari taraf nyata 0,05. Nilai *p-value* Y_t diperoleh sebesar $2,2e - 16$. Nilai *p-value lagrange multiplier test* dari Y_t diperoleh lebih kecil dari 0,05, artinya data tidak stasioner dalam *variance*. Data dapat dibuat menjadi stasioner dalam *variance* dengan melakukan transformasi. Ada beberapa alternatif transformasi seperti transformasi logaritma

Pendugaan Imbal Hasil Saham BCA dengan Model *Autoregressive Moving Average*

natural dan transformasi Box Cox dengan parameter lamda (λ). Pada penelitian ini dilakukan transformasi logaritma *natural*. Transformasi dilakukan pada P_t oleh karena terdapat nilai nol dan negatif pada Y_t . Setelah itu, ditentukan imbal hasil saham BCA yang baru (Y_t^{**}) dari data yang sudah ditransformasi dengan mengikuti persamaan berikut

$$Y_t^{**} = 100[\ln(P_t^*) - \ln(P_{t-1}^*)] + k, \quad (26)$$

di mana $P_t^* = \ln(P_t)$ dan k adalah sembarang konstanta *real*. Grafik dari Y_t^{**} adalah seperti pada Gambar 8.



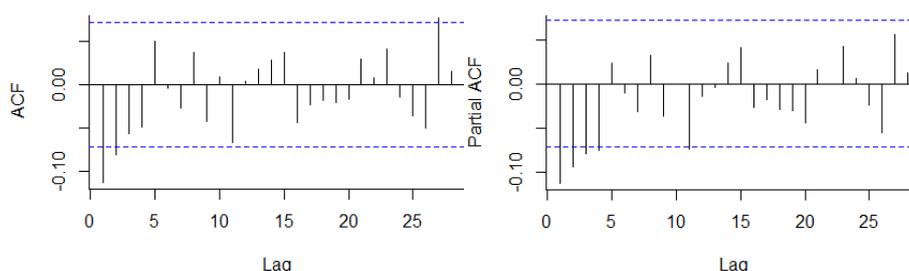
Gambar 8. Grafik imbal hasil saham BCA yang sudah ditransformasi

Setelah itu, langkah selanjutnya adalah melakukan *lagrange multiplier test* pada Y_t^{**} dan diperoleh hasil *p-value* Y_t^{**} adalah 1 di mana lebih besar dari 0,05. Jadi Y_t^{**} stasioner, sehingga dapat digunakan untuk proses selanjutnya.

3.2. Menentukan Orde Model

Data observasi pada penelitian ini sebanyak 747 data ($T = 747$), dengan demikian daerah penolakan adalah $2/\sqrt{747}$ dengan $\alpha = 0,0455$. Calon orde yang akan dipilih adalah nilai ACF dan PACF yang lebih besar dari 0,07318 atau lebih kecil dari $-0,07318$ secara signifikan.

Orde p dapat ditentukan dengan melihat grafik PACF dan orde q ditentukan dengan memperhatikan grafik ACF. Perhatikan Gambar 9, untuk calon orde p dipilih *lag* yang secara signifikan melewati batas daerah penolakan (garis biru), yaitu *lag* 1 dan 2, kemudian calon orde q hanya *lag* 1 yang melewati batas daerah penolakan secara signifikan. Sehingga calon model terbaik adalah $AR(1)$, $AR(2)$, dan $MA(1)$. Oleh karena model $ARMA(p, q)$ adalah gabungan dari model $AR(p)$ dan $MA(q)$ maka calon model terbaik lainnya adalah $ARMA(1,1)$ dan $ARMA(2,1)$. Jadi calon model terbaik yang terkumpul adalah model $AR(1)$, $AR(2)$, $MA(1)$, $ARMA(1,1)$ dan $ARMA(2,1)$ yang akan ditentukan nilai parameternya masing-masing.



Gambar 9. Grafik ACF dan PACF dari Y_t^{**}

3.3. Menduga Parameter Model

Setelah semua calon model terbaik diketahui, selanjutnya akan ditentukan nilai parameter setiap model. Menurut Montgomery, et.al [17] menyatakan bahwa model yang dapat digunakan adalah model yang memiliki nilai p -value parameter kurang dari 0,05. Parameter dari masing-masing model di rangkum pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai parameter setiap model

Model	Parameter	Nilai	p -value
AR(1)	Intercept	0,5399	0
	$\hat{\phi}_1$	-0,1125	0,0021
AR(2)	Intercept	0,5399	0
	$\hat{\phi}_1$	-0,1230	0,0008
	$\hat{\phi}_2$	-0,0941	0,0101
MA(1)	Intercept	0,5399	0
	$\hat{\theta}_1$	-0,1411	0,0006
ARMA(1,1)	Intercept	0,5401	0
	$\hat{\phi}_1$	0,5972	0
	$\hat{\theta}_1$	-0,7386	0
ARMA(2,1)	Intercept	0,5400	0
	$\hat{\phi}_1$	0,5397	0,0029
	$\hat{\phi}_2$	-0,0261	0,6334
	$\hat{\theta}_1$	-0,6749	0,0002

Berdasarkan Tabel 2 parameter $\hat{\phi}_2$ dari model ARMA(2,1) tidak memenuhi kriteria oleh karena p -value dari $\hat{\phi}_2$ lebih besar dari 0,05 yaitu sebesar 0,6334, oleh sebab itu model ARMA(2,1) tidak dipakai pada tahap berikutnya. Kemudian akan dipilih model terbaik diantara model AR(1), AR(2), MA(1) dan ARMA(1,1).

Akaike's Information Criterion (AIC) adalah salah satu metode yang digunakan untuk memilih model yg terbaik. Menurut Cavanaugh dan Neath [20] mengatakan bahwa model yang memiliki nilai AIC terkecil dianggap sebagai model terbaik. Nilai AIC dari setiap calon model terbaik dirangkum pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai AIC

Model	Nilai AIC
AR(1)	-1018,51
AR(2)	-1023,15
MA(1)	-1020,81
ARMA(1,1)	-1029,87

Model ARMA(1,1) adalah model yang memiliki nilai AIC terkecil yaitu -1029,87, oleh karena itu model ARMA(1,1) merupakan model terbaik yang dapat digunakan untuk menduga imbal hasil BCA ke depan (\hat{Y}_t^{**}).

3.4. Memeriksa Kelayakan Model

Setelah model terbaik diperoleh, langkah selanjutnya adalah memeriksa kelayakan model tersebut. Menurut Montgomery, et.al [17] mengatakan bahwa suatu proses ARMA(p, q) dikatakan layak apabila ACF dan PACF residual model ARMA(1,1) tidak melewati garis daerah penolakan atau $|r_k| \leq 2/\sqrt{T}$ dan $|\hat{\phi}_{jj}| \leq 2/\sqrt{T}$ dengan T adalah

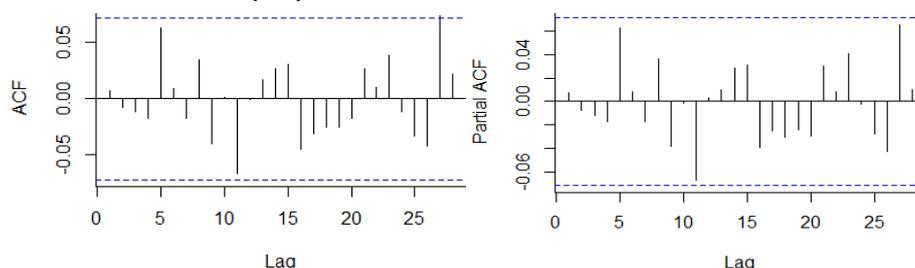
Pendugaan Imbal Hasil Saham BCA dengan Model *Autoregressive Moving Average*

banyaknya data dan $\alpha = 0,0455$. Nilai ACF dan PACF residual dari model $ARMA(1,1)$ dirangkum pada Tabel 4. Pada Tabel 4, didapati bahwa untuk setiap lag nilai $|r_k| \leq 0,07318$ dan nilai $|\hat{\phi}_{jj}| \leq 0,07318$.

Tabel 4. Nilai ACF dan PACF residual model $ARMA(1,1)$

<i>Lag</i>	ACF (r_k)	PACF ($\hat{\phi}_{jj}$)
1	0,0072721941	0,007272194
2	-0,0075090167	-0,007562301
3	-0,0117924159	-0,011683687
4	-0,0176090247	-0,017499153
⋮	⋮	⋮
27	0,0731049517	0,065702390
28	0,0214114235	0,009827000

Kelayakan model $ARMA(1,1)$ dapat juga dilihat secara visual dari grafik ACF dan PACF residual model tersebut. Gambar 10 merupakan grafik nilai ACF dan PACF residual dari model $ARMA(1,1)$.



Gambar 10. Grafik ACF dan PACF residual dari model $ARMA(1,1)$

Pada Gambar 10 dapat dilihat bahwa tidak terdapat ACF dan PACF yang melewati daerah penolakan garis berwarna biru secara signifikan untuk setiap lag . Hal ini menunjukkan bahwa model $ARMA(1,1)$ adalah model yang layak dan dapat digunakan untuk menduga imbal hasil saham BCA.

3.5. Melakukan Pendugaan Data

Pada penelitian ini, nilai awal untuk epsilon pada saat $t = 0$ adalah $\hat{\epsilon}_0 = \epsilon_0 = 0$, sedangkan nilai awal untuk imbal hasil saham BCA pada saat $t = 0$ adalah nilai aktual yang sudah ditransformasi yaitu $\hat{Y}_0^{**} = Y_0^{**} = 0,630838033237$. Sebelum melakukan peramalan, 747 data dibangkitkan kembali menggunakan model $ARMA(1,1)$ sebagai validasi model dan diperoleh grafik harga saham aktual (Y_t^{**}) dengan harga saham yang dibangkitkan (\hat{Y}_t^{**}) untuk $t = 1, 2, \dots, 747$. Gambar 11 merupakan perbandingan antara grafik imbal hasil saham BCA aktual dengan dugaan.



Gambar 11. Grafik imbal hasil saham BCA aktual dan dugaan

Pada Gambar 11 diperoleh bahwa rentang imbal hasil saham BCA aktual lebih besar dibandingkan dengan rentang imbal hasil saham BCA dugaan. Tahap selanjutnya adalah nilai imbal hasil saham BCA yang sudah dibangkitkan (\hat{Y}_t^{**}) dikonversi ke harga saham BCA (\hat{P}_t) dengan menggunakan persamaan (27).

$$\hat{P}_t = \exp \left[\ln(\hat{P}_{t-1}) \exp \left\{ \frac{\hat{Y}_t^{**} - k}{100} \right\} \right] \quad (27)$$

Gambar 12 merupakan perbandingan harga saham BCA aktual dengan dugaan sebanyak 747 data.



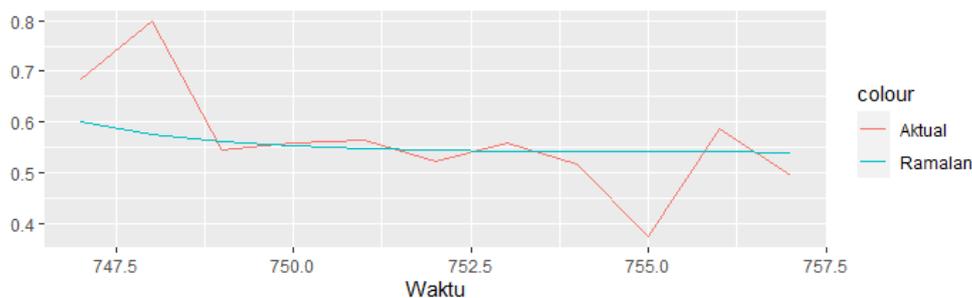
Gambar 12. Grafik harga saham BCA aktual dan dugaan

Gambar 12 menunjukkan bahwa harga dugaan saham BCA mendekati harga aktual saham BCA. Hal ini dapat dikonfirmasi dengan menghitung nilai *mean absolute percentage error* (MAPE) dari model $ARMA(1,1)$ untuk mengukur tingkat akurasi model tersebut. MAPE yang diperoleh adalah sebesar 6,52%. Menurut Lou, et.al [21], nilai MAPE dibawah 10% masuk kategori sangat akurat.

Selanjutnya akan dilakukan peramalan untuk 10 waktu ke depan. Jika peramalan untuk 10 waktu ke depan ($l = 1,2,3, \dots, 10$) setelah $T = 747$, maka peramalan dilakukan dengan mengikuti model $ARMA(1,1)$ sebagai berikut

$$\hat{Y}_T^{**}(l) = 0,21750652 + 0,5972Y_{T+l-1}^{**} - 0,7386\tilde{\varepsilon}_{T+l-1} \quad (28)$$

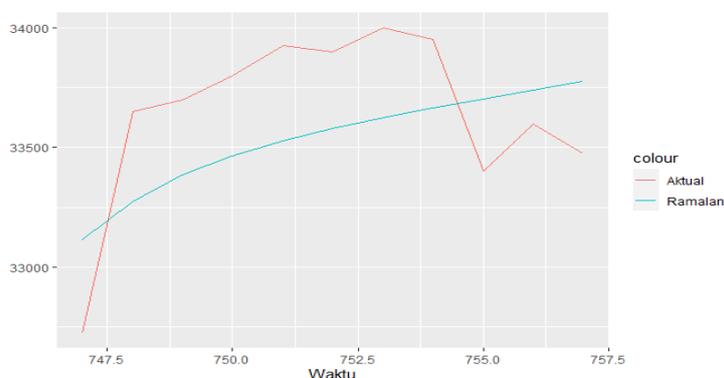
dengan $\tilde{\varepsilon}_T$ adalah residual terakhir dan $\tilde{\varepsilon}_{T+l} = 0$ untuk setiap l . Gambar 13 menunjukkan perbandingan nilai imbal hasil saham BCA yang diramal dengan nilai imbal hasil saham aktual untuk 10 waktu ke depan.



Gambar 13. Grafik imbal hasil saham BCA aktual dan ramalan

Pendugaan Imbal Hasil Saham BCA dengan Model *Autoregressive Moving Average*

Pada Gambar 13 diperoleh bahwa nilai imbal hasil saham BCA yang diramal mendekati nilai imbal hasil aktual saham BCA untuk 10 waktu ke depan. Kemudian nilai peramalan imbal hasil saham BCA akan dikonversikan ke harga saham dengan mengikuti persamaan (27). Gambar 14 menunjukkan perbandingan harga saham aktual dan ramalan untuk 10 waktu ke depan.



Gambar 14. Grafik harga saham BCA aktual dan ramalan

Gambar 14 menunjukkan bahwa harga saham BCA yang diramal mendekati harga aktual saham BCA. Hal ini dapat dibuktikan dengan melakukan perhitungan nilai MAPE. Nilai MAPE dari peramalan ini sebesar 0,93% untuk $t = 748,749, \dots, 757$ yang tergolong kategori sangat akurat.

4. Kesimpulan

Data imbal hasil saham *bank centra asia* (BCA) digunakan pada penelitian ini untuk menentukan model terbaik. Hasilnya adalah model $ARMA(1,1)$ merupakan model yang terbaik dan mampu menduga imbal hasil saham di waktu yang mendatang dengan akurat. Hal ini ditunjukkan dengan nilai *mean absolute percentage error* (MAPE) model $ARMA(1,1)$ sebesar 6,52% untuk $t = 1,2,3, \dots, 747$ dan 0,93% untuk $t = 748,749, \dots, 757$ yang tergolong kategori sangat akurat. Berdasarkan temuan ini, dapat disimpulkan bahwa model $ARMA(1,1)$ sangat akurat dalam menduga imbal hasil BCA di waktu mendatang.

Referensi

- [1] N. Dritsakis and G. Savvas, "Forecasting Volatility Stock Return: Evidence from the Nordic Stock Exchanges," *International Journal of Economics and Finance*, vol. 9, no. 2, pp. 15-31, Jan 2017.
- [2] S. Ding, T. Cui, X. Xiong and R. Bai, "Forecasting Stock Market Return with Nonlinearity: A Genetic Programming Approach," *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, vol. 11, no. 11, pp. 4927-4939, Nov 2020.
- [3] T. Bollerslev, V. Todorov and L. Xu, "Tail Risk Premia and Return Predictability," *Journal of Financial Economics*, vol. 118, no. 1, pp. 113-134, Oct 2015.
- [4] B. Golez and P. Koudijs, "Four Centuries of Return Preditability," *Journal of Financial Economics*, vol. 127, no. 2, pp. 248-263, Feb 2018.
- [5] R. Liu, J. Yang and C. Ruan, "Expected Stock Return and Mixed Frequency Variance Risk Premium Data," *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, vol. 11, no. 9, pp. 3585-3596, Sep 2020.

- [6] Y. Hu, Z. Tao, D. Xing, Z. Pan, J. Zhao and X. Chen, "Research on Stock Returns Forecast of the Four Major Banks Based on ARMA and GARCH Model," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1616, no.2, pp. 1-6, Aug 2020.
- [7] M. M. Rounaghi and F. N. Zadeh. "Investigation of market efficiency and Financial Stability between S&P 500 and London Stock Exchange: Monthly and yearly Forecasting of Time Series Stock Returns using ARMA model". *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.*, vol. 456, pp. 10-21, Aug 2016.
- [8] N. G. Emenogu, M. O. Adenomon and N. O. Nwaze, "Modeling and Forecasting Daily Stock Returns of Guaranty Trust Bank Nigeria PLC Using ARMA-GARCH Models, Persistence, Half-Life Volatility and Backtesting," *Science World Journal*, vol. 14, No. 3, pp. 1-22, Sep 2019.
- [9] G. Kirchgassner, J. Wolters and U. Hassler, *Introduction to Modern Time Series Analysis*, 2 Edition. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
- [10] M. O. Adenomon, "Modelling and Forecasting Unemployment Rates in Nigeria Using ARIMA Model," *FUW Trends in Science and Technology Journal.*, vol. 2, no. 1B, pp. 525-531, Apr 2017.
- [11] T. M. J. A. Cooray, *Applied Time Series: Analysis and Forecasting*. California: Alpha Science Intl. Ltd., 2008.
- [12] I. Dobre and A. A. Alexandru, "Modelling Unemployment Rate Using Box-Jenkins Procedure," *Journal of Applied Quantitative Methods*, vol. 3, no. 2, pp. 156-166, Jan 2008.
- [13] M. A. Din, "ARIMA by Box Jenkins Methodology for Estimation and Forecasting Models in Higher Education". *Athens: ATINER'S Conference Paper Series*, no. EMS2015-1846, Mar 2016.
- [14] G. E. P. Box and G. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Oakland, CA: Holden Day, 1970.
- [15] M. Latha, K. S. Nageswararao and M. Venkataramanaiah, "Forecasting Time Series Stock Returns Using ARIMA: Evidence from S&P BSE Sensex," *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 118, no. 24, May 2018.
- [16] R.H. Shumway and D. S. Stoffer, *Time Series Analysis and Its Application with R example*, 4 Edition. Cham: Springer, 2017.
- [17] D. C. Montgomery, C. L. Jennings, and M. Kulahci, *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*, 2 Edition. Hoboken, New Jersey: Wiley Interscience, 2015.
- [18] G. E. P. Box, G. M Jenkins, and G. C Reinsel, G. M. Ljung, *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 5 Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2016.
- [19] R. J. Hyndman and G. Athanasopoulos, *Forecasting: Principles and Practice*, 2 Edition. Australia: Monash University, 2018.
- [20] J. E. Cavanaugh and A. A. Neath. "The Akaike Information Criterion: Background, Derivation, Properties, Application, Interpretation and Refinements". *WIREs Computational Statistics.*, vol. 11, no. 3, pp. 1-11, Jun 2019.
- [21] P. Lou, L. Wang, X. Zhang, J. Xu and K. Wang. "Modelling Seasonal Brucellosis Epidemics in Bayingolin Mongol Autonomous Prefecture of Xinjiang, China, 2010-2014". *BioMed Research International.*, no.1, pp.1-27, Sep 2016.



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Editorial of JJoM: Department of Mathematics, Universitas Negeri Gorontalo, Jln. Prof. Dr. Ing. B.J. Habibie, Moutong, Tilongkabila, Kabupaten Bone Bolango, Provinsi Gorontalo 96119, Indonesia.